

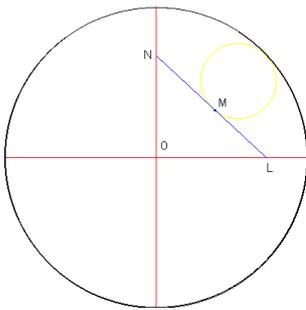
L'astroïde

18 décembre 2017

Le plan P étant muni d'un repère, on démontre que l'astroïde définie précédemment est l'ensemble des points M de coordonnées x et y définis pour tout t appartenant à \mathbf{R} par :

$$\begin{cases} x(t) = 4r \cos^3 t \\ y(t) = 4r \sin^3 t \end{cases} \text{ où } t \text{ est l'angle } (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OC}) \text{ avec } O(0,0), I(1,0) \text{ et } C(3r \cos t, 3r \sin t) \text{ centre du cercle mobile; } C(3r \cos 3t, -3r \sin 3t) \text{ dans la deuxième animation.}$$

La périodicité des fonctions x et y , la parité de x et l'imparité de y permettent de réduire l'étude des variations de x et y à l'intervalle $[0; \pi]$.



On démontre que la tangente à la courbe au point de coordonnées $(4r \cos^3 t, 4r \sin^3 t)$ coupe $x'x$ et $y'y$ respectivement en $L(4r \cos t, 0)$ et $N(0, 4r \sin t)$.

On a bien sûr $LN = 4r$.

De fait lorsque L parcourt $x'x$ et N $y'y$, les segments LN , de longueur constante, enveloppent l'astroïde.

JPQ 11/09/97