

Les tempéraments en musique

1^{er} juillet 2023

On découpe l'octave en 12 demi-tons ; on passe d'une octave à une autre en multipliant ou en divisant par 2 les fréquences. Reste à affecter aux 12 notes de la gamme une fréquence, plusieurs méthodes ont été mises en place suivant les périodes historiques. Ce problème peut s'avérer encore plus compliqué si on décide d'affecter des fréquences différentes aux dièses et aux bémols.

Tempérament égal

Il s'agit du tempérament le plus fréquent à notre époque. Comme on ne peut distinguer dans un clavier de piano les dièses et les bémols, on a considéré que le plus simple est de diviser l'octave en 12 demi-tons égaux. En pratique on passe d'une note au demi-ton suivant en multipliant sa fréquence par $\sqrt[12]{2}$. On obtient ainsi pour les 12 notes de l'octave les coefficients multiplicateurs suivants :

do	do#	ré	mib	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	sib	si
1	1,059	1,122	1,189	1,260	1,335	1,414	1,498	1,587	1,682	1,782	1,888

Gamme naturelle

Les demi-tons ne sont plus identiques, on passe du do à un autre demi-ton par multiplication de la fréquence de base par une fraction :

do	do#	ré	mib	mi	fa	fa#	sol	sol#	la	sib	si
1	25/24	9/8	6/5	5/4	4/3	45/32	3/2	25/16	5/3	9/5	15/8

Les fractions peuvent se calculer à partir du « Tonnetz » suivant :

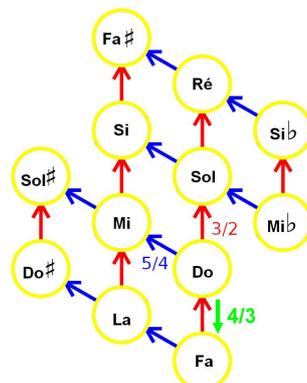


image fabriquée à partir d'une image Wikipedia de Parcly Taxel

On accède à la quinte d'une note en suivant la flèche rouge (multiplication de la fréquence par $3/2$ ou $3/4$ si on ne veut pas dépasser une octave), à la tierce en suivant la flèche bleue (multiplication de la fréquence par $5/4$). La fréquence de la quarte est obtenue en multipliant la fréquence par $4/3$.

Ainsi la fréquence du Sol qui est la quinte du Do est multipliée par $3/2$, Ré est la quinte du Sol et sa fréquence est donc multipliée par $3/2 \times 3/4 = 9/8$.

De même Si est la tierce du Sol, sa fréquence est multipliée par $3/2 \times 5/4 = 15/8$ et le Fa \sharp est à la quinte au-dessus, sa fréquence est donc multipliée par $15/8 \times 3/4 = 45/32$.

Pour le La, c'est plus ambigu. En tant que quinte du Ré sa fréquence devrait être multipliée par $9/8 \times 3/2 = 27/16$, mais c'est aussi la tierce du Fa ce qui conduit à un coefficient légèrement différent : $4/3 \times 5/4 = 5/3$, c'est ce nombre que l'on retiendra.

Gamme de Pythagore

Elle est construite en utilisant uniquement des quintes. La suite des quintes est do, sol, ré, la, mi, si, fa \sharp , do \sharp , sol \sharp , ré \sharp , la \sharp , mi \sharp , si \sharp , fa $\sharp\sharp$...

Dans l'autre sens on aurait do, fa, sib, mib, lab, réb...

On aimerait que cela boucle mais ce n'est pas possible car des multiplications par $\frac{3}{2}$ ou par $\frac{3}{4}$ conduisent à des résultats du type $\frac{3^n}{2^p}$ et on ne peut pas trouver des valeurs de n et p non nulles qui conduisent à $\frac{3^n}{2^p} = 1$. On conviendra alors, par exemple, que ré \sharp à la même fréquence que mib. Dans ces conditions la sixte sol \sharp -mib devient aussi une quinte mais qui est fautive, elle est aussi appelée quinte du loup. Le cycle des quintes ainsi obtenu est : mib, sib, fa, do, sol, ré, la, mi, si, fa \sharp , do \sharp , sol \sharp d'où le tableau des coefficients multiplicateurs :

do	do \sharp	ré	mib	mi	fa	fa \sharp	sol	sol \sharp	la	sib	si
1	1,068	1,125	1,185	1,266	1,333	1,424	1,5	1,602	1,688	1,778	1,898

Gamme mésotonique (1/4 comma)

Il s'agit d'une construction analogue à la précédente mais avec des quintes un peu petites afin d'améliorer les tierces. En effet, la suite des quintes est do, sol, ré, la, mi... et mi a donc une fréquence multipliée par $\frac{3^4}{2^6} = \frac{81}{64} \approx 1,265625$. Or do-mi est une tierce et sa fréquence devrait être multipliée par $\frac{5}{4} = \frac{80}{64} = 1,25$. Aussi les fréquences des quintes successives seront multipliées non pas par $\frac{3}{2}$ ou $\frac{3}{4}$ mais par $\frac{3}{2} \sqrt[4]{\frac{80}{81}}$ ou $\frac{3}{4} \sqrt[4]{\frac{80}{81}}$ d'où le tableau des coefficients multiplicateurs :

do	do \sharp	ré	mib	mi	fa	fa \sharp	sol	sol \sharp	la	sib	si
1	1,045	1,118	1,196	1,25	1,337	1,398	1,495	1,563	1,672	1,789	1,869

Gamme mésotonique bien tempérée

Il s'agit d'un tempérament étudié par Broekaert Johan et conduisant au tableau des coefficients multiplicateurs suivant :

do	do \sharp	ré	mib	mi	fa	fa \sharp	sol	sol \sharp	la	sib	si
1	1,055	1,119	1,187	1,252	1,336	1,406	1,496	1,583	1,674	1,781	1,874